

Übungsblatt02 - Es gibt unentscheidbare Sprachen

TH Mittelhessen, FB MNI, Berechenbarkeit und Komplexität, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Es sei Σ eine endliche Zeichenmenge mit wenigstens zwei Zeichen.

Bitte zeigen Sie, dass es Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ gibt, die von keiner Turingmaschine erkannt werden können.

Hinweis für das Vorgehen:

a.) Zeigen Sie, dass die Menge aller Turingmaschinen (codiert über $\{0, 1\}$ oder einem anderen fixen Alphabet) abzählbar unendlich ist.

b.) Zeigen Sie, dass die Menge aller Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ überabzählbar unendlich ist.

c.) Vergleichen Sie beides und leiten Sie die Aussage her.

Aufgabe 2

Bitte geben Sie für ein Alphabet Σ Ihrer Wahl eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ an, die nicht von einer Turingmaschine erkannt wird.

Hinweis: Diese Aufgabe ist, wenn Sie nicht schon eine Lösung kennen, oder eine nachlesen, kaum zu lösen. Bitte probieren Sie es aber trotzdem. Denn die Irrwege hier sind das Ziel, sie liefern Erkenntnisgewinn für Aufgabe 3 :).

Aufgabe 3

Es sei wieder Σ ein Alphabet. Bitte zeigen Sie, dass es Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ gibt, die nicht von einem endlichen Text beschrieben werden können, auch, wenn in diesem Text alle Zeichen vorkommen dürfen, die bis zum heutigen Tag jemals geschrieben worden sind.

Anmerkung: Mit dieser Aufgabe verletzen wir natürlich Wittgensteins berühmt gewordenen Hinweis aus dem tractatus logico-philosoficus von 1921:

„Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen“. :)

Viel Spass und Erfolg!